



**Zadania na XV Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejona
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Etap rejonowy

28 marca 2015 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c spełniających warunek $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = 3$, prawdziwa jest nierówność:
 $ab + bc + ac \geq 3$.
2. Dany jest czworokąt ABCD wpisany w okrąg. Dwusieczne dwóch przeciwległych kątów tego czworokąta przecięły ten okrąg w punktach E i F. Wykaż, że odcinek EF jest średnicą tego okręgu.
3. Niech x i y będą liczbami całkowitymi. Udowodnij, że jeżeli liczba $23x + 3y$ jest podzielna przez 37, to $3x + 2y$ również dzieli się przez 37.
4. Odcinek łączący środki ramion trapezu rozcina ten trapez na dwie figury, z których jedna ma pole 11 cm^2 , a druga 7 cm^2 . Oblicz pola figur, na które rozcina ten trapez przekątna.
5. Wykaż, że jeżeli wielomian $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ma dwa pierwiastki będące liczbami przeciwnymi, to $ad = bc$.

Powodzenia!